

# 模拟分析光的衍射与干涉

张中月 吴加贵 夏光琼

(西南大学物理科学与技术学院 重庆 400715)

**摘 要:** 基于物理光学的惠更斯 - 菲涅耳原理及基尔霍夫积分公式,应用 Matlab 软件编程模拟了光的单缝衍射和双缝衍射(干涉),从而形象地给出了衍射和干涉的内在区别和联系,也为相关的光学教学设计提供了新思路.

**关键词:** 惠更斯 - 菲涅耳原理 基尔霍夫衍射积分 衍射 干涉

## 1 引言

随着计算机技术的发展,以多媒体为核心的现代教育技术为教育现代化开拓了一个广阔的前景和空间.以多媒体、网络化、智能化为主要特征的现代信息技术正在对传统的课程理念、课程内容、课程实施以及课程资源产生深刻的影响和变革.特别是计算机模拟技术为教学提供了一条非常简捷、直观的途径,其不仅可以帮助学生加深对物理原理的理解,而且有助于提高学生的学习兴趣.另外,计算机数值模拟对培养学生的思维水平和创新能力也有着重要的帮助.近年来,物理教学中的计算机模拟越来越受到重视.

传统的光学实验对仪器的稳定性要求很高,许多复杂光路的搭建和调试非常耗时,因此将这类实验直接引入课堂存在很大困难.衍射和干涉是物理光学中的核心知识点,它们都反映了光的波动本质,但是彼此之间又存在明显区别.经验表明,一般学生在开始学习干涉部分时,相关概念较为清楚.可是在进入衍射一章后,由于这部分先讲惠更斯 - 菲涅耳原理,然后讲各种几何形状孔的衍射.部分学生就错误地认为衍射是基于惠更斯 - 菲涅耳原理的,而干涉不是基于惠更斯 - 菲涅耳原理的,从而将衍射和干涉割裂开了.虽然在衍射一章的最后,对衍射和干涉的区别和联系进行了分析,但是学生仍然存在理解不清楚、认识不到位的情况.

本文将从最基本的惠更斯 - 菲涅耳原理及基

尔霍夫衍射积分出发,通过讨论单缝衍射及双缝干涉,将衍射和干涉加以比较和分析,以帮助学生更清楚地理解衍射和干涉的物理实质.

## 2 理论基础

惠更斯 - 菲涅耳原理指出,波前上所有次波源发出的次波在空间一点的相干叠加,即为该波前传播到该点时所引起的合振动,也是该波前的次波在该点引起的总的振动.

假设取一个封闭的空间曲面  $\Sigma$ ,即一个封闭的波前.由于从光源发出的所有方向的波都将通过此波前,而且只通过此波前一次,所以光源在任一点所引起的复振幅与该波前所发出的全部次波在该点所引起的复振幅等价.由于波前是一连续分布的曲面,因此所有次波源发出的次波在该点的复振幅是如下菲涅耳曲面积分

$$\tilde{U}(P) = K \oint_{\Sigma} \tilde{U}_0 F(\theta_0, \theta) \frac{e^{ikr}}{r} d\Sigma \quad (1)$$

基尔霍夫在 1882 年经过严格的数学论证发现,菲涅耳根据直观所建立的积分公式基本上是正确的.但是,当波前积分拓展为任意形状的封闭曲面时,积分公式中的比例常量  $K$  和倾斜因子  $F(\theta_0, \theta)$  的表达式应该为

$$K = -\frac{i}{\lambda} \quad (2)$$

$$F(\theta_0, \theta) = \frac{1}{2}(\cos\theta_0 + \cos\theta) \quad (3)$$

相对于光波长,衍射屏的不透光部分可以认为

是无穷大的,其积分为零.则在应用基尔霍夫积分公式的时候,只要考虑对衍射屏上的光孔的积分就可以了,即将曲面积分的范围局限于光孔即可.这种做法,成为基尔霍夫边界条件.方程(1)中的积分公式可以化为

$$\tilde{U}(P) = \frac{-i}{2\lambda} \oint_{\Sigma} \tilde{U}_0(Q) (\cos\theta_0 + \cos\theta) \frac{e^{ikr}}{r} d\Sigma \quad (4)$$

根据衍射障碍物(衍射屏)到光源和接收屏的距离,可以将衍射分类为菲涅耳衍射和夫琅禾费衍射.两距离为有限远的,或者至少一个为有限远的,为菲涅耳衍射;两距离均为无限远的,为夫琅禾费衍射.本文以平行光照射衍射屏为例,通过Matlab软件数值模拟接收屏上的光强度分布(属于菲涅耳衍射),让学生更加形象地理解干涉和衍射的内在区别和联系.

### 3 模拟结果与讨论

#### 3.1 单缝的菲涅耳衍射

如图1所示,对于单缝的菲涅耳衍射,平行光照射到衍射屏上.设入射光波长 $\lambda$ 为632.8 nm,衍射屏与接收屏之间的距离 $D = 2000$  mm,单缝处于 $x = 0$ 的竖直平面内,缝的长度固定为16 mm.在数值模拟时,选取的单缝分割单元为0.01 mm.为保证模拟的精确可信,单元应充分小.并假设入射光在单位面积( $1 \text{ m}^2$ )上所贡献的振幅为1,则每个分割单元对振幅的贡献为 $10^{-10}$ .

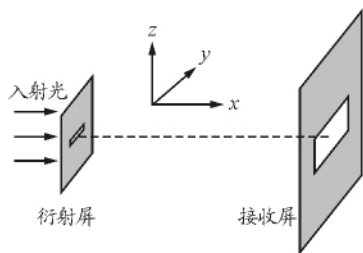


图1 单缝的菲涅耳衍射结构示意图

图2为单缝宽度 $b$ 为0.5 mm时,接收屏上的模拟衍射图样.光经过缝后,偏离了直线传播,进入了图1的几何阴影区域.光的强度也不均匀分布,中央

条纹相对很亮,次级条纹的光强度远小于中央亮条纹,与实验现象很好地符合.相比于抽象的公式,该结果明显增加可视性.重要的是,可以让学生从中切身体验到由抽象的公式直接获得与实际现象非常接近的结果,这将极大地增强学生对理论的信服和理解.

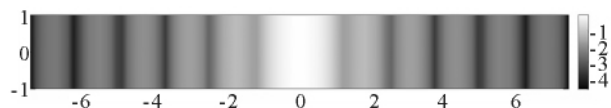


图2 缝宽 $b$ 为0.5 mm时,单缝的菲涅耳衍射光强分布( $2\lg|E|$ )

图3给出了单缝宽度 $b$ 对中央条纹宽度的影响.当缝宽度 $b$ 从0.25 mm增到1.5 mm时,中央亮条纹宽度从9.73 mm减小到1.68 mm.图中实线曲线是应用反比例函数数据拟合的结果.可见,通过基尔霍夫衍射积分公式,也可以得出单缝衍射中央条纹的宽度与缝宽度成反比的规律.如果用中央条纹宽度与单缝缝宽的比值来表示衍射的强弱,则当缝宽 $b$ 从0.25 mm增加到1.5 mm时,该比值从38.92减至1.12,衍射明显减弱.即缝宽越小,衍射现象越显著;缝宽越大,衍射现象越不明显.这些结果充分体现了限制和衍射之间的矛盾关系.

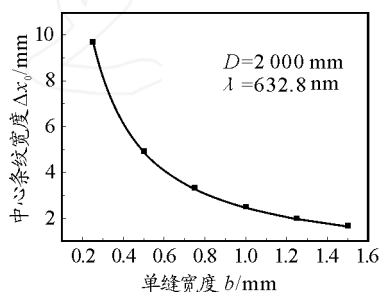


图3 单缝衍射的中心条纹宽度与单缝宽度 $b$ 的关系

#### 3.2 双缝的菲涅耳衍射及干涉

图4为双缝的衍射图样.其中每条缝的宽度 $b = 0.1$  mm,双缝间隔 $d = 1$  mm.衍射屏与接收屏之间的距离为2000 mm.数值模拟中,每条缝的分割单元间隔也是0.01 mm.接收屏上出现了间距相等(条纹宽度约为1.28 mm)的明暗相间的竖直线

纹(图4),与教材中的双缝干涉现象很好地吻合.

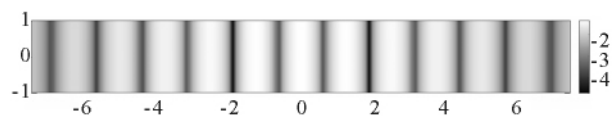


图4 双缝( $d = 1 \text{ mm}$ ,  $b = 0.1 \text{ mm}$ ) 的非涅耳衍射光强分布 ( $2\lg|E|$ )

图5给出了双缝间距 $d$ 与条纹宽度的关系. 当双缝间距 $d$ 从1mm增加到6mm时,条纹间距从1.28 mm减小到0.25 mm. 图中实线是反比例函数的拟合结果,这一结果很好地印证了教材中所讨论的双缝干涉特征:条纹间距反比于双缝之间的距离. 总之,基于惠更斯-菲涅耳原理,并应用基尔霍夫衍射积分公式,对于双缝干涉也能很好地再现,这充分说明,从物理本质上看,干涉和衍射都是波的相干叠加,都遵循振动矢量叠加的原理.

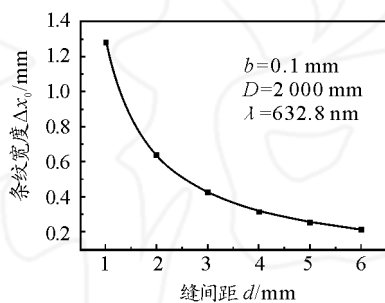


图5 条纹间距与双缝之间距离 $d$ 的关系

通过固定双缝之间距离 $d = 1 \text{ mm}$ ,改变每条缝的宽度 $b$ ,还可以分析缝宽对双缝衍射(干涉)图样的影响.图6给出了 $b = 0.1 \text{ mm}$ 和 $b = 0.25 \text{ mm}$ 时的衍射强度分布.从图中可以看出,明暗条纹间距相同,与缝的宽度无关;这与教材中的双缝干涉现象吻合.当 $b = 0.1 \text{ mm}$ 时,各级干涉条纹强度变化缓慢,并且单缝衍射曲线很好地包络住双缝衍射光强度分布曲线,单缝衍射因子对光强度分布起到了很好的调制作用.但是,当 $b = 0.25 \text{ mm}$ 时,各级干涉条纹强度变化较快,单缝衍射曲线不能包络住双缝衍射

强度分布.由此可见,发生明显双缝干涉现象的条件是每条缝的宽度要小,单缝衍射图样的中央亮条纹要宽,甚至衍射图样中只有中央亮条纹,各级干涉亮条纹的强度变化不明显;而一般的双缝衍射是双缝衍射和缝间干涉的共同结果,干涉和衍射也总是相伴存在的.

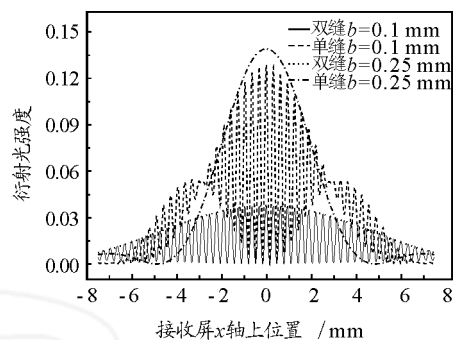


图6 双缝衍射与单缝衍射光强分布

#### 4 结论

本文基于惠更斯-菲涅耳原理及基尔霍夫衍射积分公式,采用Matlab数值模拟了光的单缝及双缝的非涅耳衍射(双缝干涉).通过改变单缝宽度、双缝间距及每条缝的宽度,将光的衍射与干涉在基本的光波相干叠加层面上联系起来,避免了学生将干涉和衍射割裂开来的理解,对学生加强理解光的衍射和干涉有重要的帮助.本文也为学生处理类似问题提供了示范,有益于培养学生创新能力和提高学生的综合素质.另外,本文还可以做为实验内容的有效补充,改善教学的薄弱环节.

#### 参考文献

- 1 姚启钧. 光学教程(第四版). 北京: 高等教育出版社, 2008. 69
- 2 崔宏滨,李永平,段开敏. 光学. 北京: 科学出版社,2008. 78
- 3 杨克锐. 关于光的衍射和干涉问题. 物理通报,1990(8): 10